## Математическая модель элемента SOT-MRAM на основе спинового эффекта Холла

Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН, Москва, Зеленоград, 124365 ost@ippm.ru

Аннотация — В работе рассмотрена модель элемента магнитной памяти SOT-MRAM с продольной анизотропией свободного слоя. Построена динамическая система, описывающая динамику намагниченности в свободном слое данного элемента. Проведен ее качественный анализ.

Ключевые слова — спин-орбитальное взаимодействие, спиновый эффект Холла, продольная анизотропия, намагниченность, свободный слой, закрепленный слой, уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта, переключение намагниченности.

#### I. Введение

В течение последних лет в мире активно развивается новая область физики спинорбитроника. Она изучает не просто спин электрона, а спин-орбитальное взаимодействие, которое возникает между электроном, вращающимся по орбите вокруг атомного ядра и создающим магнитное поле, и собственным магнитным моментом ядра. Преимущество спин-орбитроники состоит в том, что функциональность создаваемых устройств (например, магнитной памяти) обеспечивается непосредственно через управление спин-орбитальным взаимодействием в составляющих их наноматериалах, например, в тяжелых металлах. Достаточно сильным спинорбитальным взаимодействием обладают металлы платиновой группы (Ru, Rh, Pd, Os, Ir, Pt). В настоящей работе мы остановимся на элементе памяти, в которой используется спиновый эффект Холла. (SHE). Спиновый эффект Холла — это явление переноса, в котором обычный электрический ток, т.е. поток движущихся зарядов, превращается в спиновый ток, т.е. в движущиеся спины без потока заряда. На микроскопическом уровне отклонение электронов проводимости возникает либо из-за спин-зависимого моттовского рассеяния на примесях (внешний спин-орбитального механизм), либо из-за взаимодействия вследствие асимметрии материала (внутренний механизм [1]-[13].

И внешние, и внутренние механизмы приводят к накоплению спинов противоположных знаков на противоположных боковых границах образца. Другими словами, обычный зарядовый ток вдоль бокового направления генерирует спиновой ток в перпендикулярном поперечном направлении, ведущий к вышеупомянутому накоплению спина. В плоской геометрии, которая наиболее удобна для выявления основных закономерностей, это означает, что обычный зарядовый ток в плоскости, протекающий в проводящей пленке с сильной спин-орбитальной связью (SOC), будет генерировать спиновый ток вне плоскости в вертикальном направлении, что приведет к накоплению спинов на обеих поверхностях пленки из тяжелого металла (HM).



Рис. 1. Спиновый эффект Холла

Неполяризованный обычный зарядовый ток  $J_{c}$ , протекающий горизонтально в немагнитном материале (тяжелом металле), порождает спиновой ток J<sub>s</sub> в вертикальном направлении. Спины одной ориентации накапливаются на интерфейсе NM/FM и в слой FM, генерируя спининжектируются орбитальный перенос спина SOT в этой пленке (Рис. 1). Спины противоположной ориентации накапливаются на противоположной поверхности пленки, направление вектора плотности зарядового тока ј, вектора плотности спинового тока ј, и спина электрона **σ** на границе FM/NM образуют правую тройку, так что в данной геометрии

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{j}_c \times \boldsymbol{j}_s = \boldsymbol{e}_x \boldsymbol{e}_z \equiv \boldsymbol{e}_y$$

Эта пленка НМ может использоваться также как генератор спинового тока для более сложных систем следующим образом. На первом этапе плоскостной зарядовый ток течет в немагнитной пленке НМ от внешнего источника. Благодаря сильной SOC он генерирует вне-плоскостной вертикальный спиновой который инжектируется ток, в верхнюю ферромагнитную пленку FM. При этом сгенерированный и закачанный в пленку FM спиновый

ток будет создавать крутящий момент, называемый спиновым крутящим моментом (SOT). Этот крутящий момент будет действовать на намагниченность в ферромагнитной пленке аналогично воздействию STT со стороны спин-поляризованного тока, рассмотренного ранее Слончевским [14], с той только разницей, что коэффициент поляризации спинового тока в данном случае можно считать постоянным, не зависящим от ориентации намагниченности в текущий момент времени.

### II. Модель

SOT-MRAM Элемент памяти схематически изображен на Рис. 2. В самом простом случае его можно представить как трехслойную нано-точку, размещенную на шине из тяжелого немагнитного металла (HM — heavy metal). Активный ферромагнитный слой такого элемента (FL - free layer) зажат между шиной и слоем изолятора (tunnel barrier — TB), над изолятором располагается опорный слой (PL - pinned layer) с закрепленной намагниченностью. Ток записи Іс пропускается по шине НМ в одну и другую сторону в зависимости от того, происходит ли запись нуля или единицы. Ток чтения пропускается перпендикулярно плоскости слоев.



Рис. 2. Геометрия модели SOT-MRAM с продольной анизотропией свободного слоя

Динамика вектора намагниченности в свободном слое описывается векторным уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\left|\gamma\right| \mu_0 \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}\right] + \frac{\alpha}{M_s} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right] + \mathbf{T}_{\text{SOT}}.$$
 (1)

Здесь  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$  — магнитная проницаемость вакуума,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение:  $\gamma = g\mu_B/\hbar = 0.28025 \cdot 10^{11} \text{ T}^{-1} \text{s}^{-1}$ ,  $\alpha$  — безразмерный коэффициент диссипации,  $M_s$  — намагниченность насыщения,  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  — эффективное магнитное поле, отражающее те виды физических взаимодействий, которые учтены в модели. В данном случае

$$\mathbf{H}_{\rm eff} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_{\rm f} + \mathbf{H}_{\rm a}, \qquad (2)$$

где  $\mathbf{H} = h\mathbf{e}_{x}$  — внешнее магнитное поле,  $\mathbf{H}_{f} = -M_{z}\mathbf{e}_{z}$ — эффективное поле размагничивания, возникающее за счет конечных размеров вентильной структуры,  $\mathbf{H}_{a} = 2K_{a}\mathbf{e}_{x}$  эффективное поле магнитной анизотропии. Последнее слагаемое в уравнении (1) врашательный магнитный момент (торк). воздействующий на намагниченность свободного слоя со стороны спин-поляризованного тока Холла. Магнитное поле обменного взаимодействия будем считать пренебрежимо малым в силу малых размеров (приближение структуры однородного намагничивания), поскольку выражение для него содержит пространственные производные вектора намагниченности. Момент силы, действующей на намагниченность в свободном слое, может быть разложен на три составляющих. Одна из этих составляющих совпадает с направлением намагниченности, т.е. создает нулевой вращательный момент, две другие взаимно ортогональны и записываются в следующем виде:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{FL} + \mathbf{T}_{DL} = |\gamma \mu_0| j \left[ \mathbf{M} \times \left[ \mathbf{M} \times \mathbf{e}_y \right] \right] + |\gamma \mu_0| j M_s \left[ \mathbf{M} \times \mathbf{e}_y \right]$$

где  $j = \theta_{\rm SH} \eta J / J_{norm}$ ,  $J_{norm} = \frac{d |e| \mu_0 M_s^2}{g \hbar}$ , J — плотность

зарядового тока, *d* — толщина свободного слоя,  $\mu_{\scriptscriptstyle B}$  магнетон Бора, g — фактор Ланде, е — заряд электрона,  $\theta_{\rm SH} = j_s / j_c$  — коэффициент спинового эффекта Холла, характеризующий отношение плотности вертикального спинового тока к плотности горизонтального зарядового тока (угол спинового эффекта Холла),  $\eta < 1$ коэффициент эффективности. На настоящий момент максимальная величина эффективности спинового эффекта Холла, измеренная при комнатной температуре, равнялась  $b = \eta \theta_{\rm SH} = 0.5$ , типичными же значениями являются величины в интервале 0.3-0.4. В наших расчет мы приняли  $\theta_{\rm SH}\eta = 0.4$ . Отношение  $J/J_{norm}$  примем за безразмерную величину управляющего зарядового тока  $j_c$ . Отметим разницу в направлении поляризации спинов в STT-MRAM с продольной анизотропией, рассмотренной ранее в [19] — в данном случае: здесь ориентированы вдоль спины направления е перпендикулярно направлению поля анизотропии свободного слоя.

Нормировки приводят уравнение (1) к виду

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -\left[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\rm eff}\right] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}}\right] + \mathbf{t}, \qquad (3)$$

где  $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{eff}}}{M_s}$ ,  $\mathbf{t} = \frac{\mathbf{T}}{\gamma \mu_0 M_s^2}$ ,  $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s}$ ,  $|\mathbf{m}| = 1$ , время  $\tilde{\tau}$ 

измеряется в единицах  $(\gamma \mu_0 M_s)^{-1}$ . Здесь  $\mathbf{h}_{\rm eff} = \mathbf{h} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f$ . В случае внешнего поля  $\mathbf{h}$ , направленного вдоль оси ОХ, слагаемое  $\mathbf{h} = h\mathbf{e}_x$ . Поле анизотропии в данной модели также ориентировано вдоль ОХ

$$\mathbf{h}_{\mathbf{a}} = k(\mathbf{m}, \mathbf{e}_{\mathbf{x}})\mathbf{e}_{\mathbf{x}} = km_{x}\mathbf{e}_{\mathbf{x}},$$

где  $k = 2K_a \mu_0^{-1} M_s^{-2}$ ,  $K_a$  — константа магнитной анизотропии. Поле размагничивания  $\mathbf{h}_f$  определяется соотношением  $\mathbf{h}_f = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m}$ , где тензор  $\hat{\mathbf{q}}$  — формфактор размагничивания. В выбранной нами геометрии можно считать, что  $\mathbf{h}_f = -m_z \mathbf{e}_z$ . Таким образом, эффективное магнитное поле в нормированном уравнении Ландау-Лифшица будет равно

$$\mathbf{h}_{\rm eff} = (h + km_x)\mathbf{e}_x - m_z\mathbf{e}_z$$

#### III. ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Перепишем уравнение (3) в виде

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -\left[\mathbf{m} \times (\mathbf{h}_{eff} - bj\mathbf{m} \times \mathbf{e}_{y} - bj\mathbf{e}_{y})\right] + \alpha \left[\mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}}\right]$$
(4)

и введем новый вектор эффективного поля, учитывающий влияние тока эффекта Холла:

$$\mathbf{f} = \mathbf{h}_{\text{eff}} - bj\mathbf{m} \times \mathbf{e}_{y} - bj\mathbf{e}_{y} = (h + km_{x} + bjm_{z})\mathbf{e}_{x} - bj\mathbf{e}_{y} + (-bjm_{x} - z)\mathbf{e}_{z}.$$

Далее воспользуемся стандартным приемом разрешения уравнения ЛЛГ относительно временной производной и получим его канонический вид:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tau} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{f}] + \alpha \mathbf{f} - \alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{f}).$$
(5)

В координатной записи это векторное уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_x}{d\tau} = (m_z f_y - m_y f_z) + \alpha f_x - \alpha m_x L, \\ \frac{dm_y}{d\tau} = (m_x f_z - m_z f_x) + \alpha f_y - \alpha m_y L, \\ \frac{dm_z}{d\tau} = (m_y f_x - m_x f_y) + \alpha f_z - \alpha m_z L, \end{cases}$$
(6)

где  $L = (\mathbf{m}, \mathbf{f}) = km_x^2 + hm_x - bjm_z - m_z^2$ . Ее развернутый координатный вид записан ниже. Отметим значительное отличие этой динамической системы с динамической системой для STT-MRAM с продольной анизотропией [16]–[19].

$$dm_{x}/d\tau = -bjm_{z} + bjm_{x}m_{y} + m_{y}m_{z} + + a(h + km_{x} + bjm_{z} - hm_{x}^{2} - km_{x}^{3} + bjm_{x}m_{y} + m_{x}m_{z}^{2}), dm_{y}/d\tau = -bjm_{x}^{2} - m_{x}m_{z} - hm_{z} - km_{x}m_{z} - bjm_{z}^{2} + + a(m_{y}m_{z}^{2} - hm_{x}m_{y} - km_{y}m_{x}^{2} - bjm_{x}^{2} - bjm_{z}^{2}), dm_{z}/d\tau = hm_{y} + km_{x}m_{y} + bjm_{y}m_{z} + bjm_{x} + + a(bjm_{y}m_{z} + m_{z}^{3} - bjm_{x} - m_{z} - hm_{x}m_{z} - km_{x}^{2}m_{z}).$$
(7)

Так же, как и в случае STT-MRAM, система (7) имеет первый интеграл и представляет собой систему с двумя степенями свободы [19]. Однако, в отличие от случая STT, при ненулевых токах и внешнем поле точки  $T_{0,1}(\pm 1,0,0)$  не являются положениями равновесия вектора намагниченности свободного слоя (не являются особыми точками динамической системы). Приравнивая нулю правые части динамической системы (7) и последовательно исключая из алгебраической системы переменные  $m_{y}$ и  $m_r$ , получим уравнение для определения  $m_r$  шестой степени:

$$\sum_{i=0}^{6} A_{6-i} m_x^{6-i} = 0, \tag{8}$$

где

$$\begin{split} &A_{6}=(k+1)^{2}(b^{2}j^{2}-k)^{2},\\ &A_{5}=2h(k+1)(b^{2}j^{2}-2k-1)(b^{2}j^{2}-k),\\ &A_{4}=4b^{2}j^{2}k-k^{2}+6kh^{2}-4b^{4}j^{4}+b^{2}j^{2}-4kb^{4}j^{4}-2k^{3}+\\ &+5k^{2}b^{2}j^{2}-k^{4}+6k^{2}h^{2}+h^{2}-4h^{2}b^{2}j^{2}+2k^{3}b^{2}j^{2}+\\ &+h^{2}b^{4}j^{4}-6kh^{2}b^{2}j^{2},\\ &A_{3}=-2h(-2b^{2}j^{2}+3k^{2}-2kh^{2}+k-5kb^{2}j^{2}-3k^{2}b^{2}j^{2}+\\ &+2b^{4}j^{4}+2k^{3}-h^{2}+h^{2}b^{2}j^{2}),\\ &A_{2}=-6kh^{2}-2kb^{4}j^{4}-6k^{2}h^{2}+4b^{6}j^{6}+h^{4}+5h^{2}b^{2}j^{2}+\\ &+6kh^{2}b^{2}j^{2}+k^{2}b^{2}j^{2}-k^{2}b^{4}j^{4}-b^{4}j^{4}-h^{2},\\ &A_{1}=-2h(h^{2}+2kh^{2}-h^{2}b^{2}j^{2}-kb^{2}j^{2}+b^{4}j^{4}+kb^{4}j^{4}),\\ &A_{0}=-h^{2}(h^{2}-b^{2}j^{2}+b^{4}j^{4}). \end{split}$$

Определив из (8) координату  $m_x$  вектора намагниченности, вычислим  $m_z$  из соотношения

$$\begin{split} m_z &= U / V, \\ U &= -k^2 b j m_x^4 + b j m_x^4 - 2 k h b j m_x^3 + k^2 b j m_x^2 + 2 k h b j m_x - \\ &- 2 b^3 j^3 m_x^2 - h^2 b j m_x^2 + b j h^2, \\ V &= k b^2 j^2 m_x^3 - k m_x^3 + b^2 j^2 m_x^3 - m_x^3 - h m_x^2 + h b^2 j^2 m_x^2 \\ &- k b^2 j^2 m_x + b^2 j^2 m_x - h b^2 j^2 \end{split}$$

и, воспользовавшись первым интегралом системы  $m_x^2 + m_y^2 + m_z^2 = 1$ , найдем  $m_y$ .

Распределение особых точек динамической системы (7) на плоскости управляющих параметров «поле–ток» показано на Рис. 3.



Рис. 3. Распределение особых точек динамической системы (6) в зависимости от величины тока и внешнего магнитного поля: область *I*— две особые точки, *II* четыре особых точки, *III*— шесть особых точек. Незамкнутые пунктирные линии отвечают кратным резонансным корням многочлена

Ниже представлены результаты моделирования динамики намагниченности свободного ферромагнитного слоя в одной из точек бифуркационной диаграммы Рис. 3 — а именно, в точке R(h=0.1, j=1.5). При этих значениях тока и поля динамическая система имеет две особые точки — неустойчивый и устойчивый фокус. На рисунке 4 отмечен устойчивый фокус  $T_2$  с координатами на единичной сфере

$$m_r = 0.24206, \ m_v = -0.96612, \ m_z = -8.9564 \times 10^{-2}.$$

Вторая особая точка — неустойчивый фокус с координатами

$$m_x = 0.21749, \ m_y = 0.76427, \ m_z = -0.60712$$

— на рисунке не показана. Через любую регулярную точку на сфере проходит одна и только одна траектория, которая начинается в неустойчивом фокусе и заканчивается в устойчивом. Для процесса элемента SOT-MRAM переключения важны траектории, проходящие через основные положения равновесия T<sub>0.1</sub>(±1,0,0) для нулевых токов и полей. При положительном токе траектории, выходящие из этих точек, заканчиваются в точке Т2. Если подать на элемент импульс тока конечной длительности, равновесие в точке Т<sub>2</sub> исчезнет, но возникнут шесть новых равновесий, два из которых будут устойчивыми. Точка Т<sub>2</sub> станет регулярной для новой динамической системы и попадет в бассейн притяжения одного из новых положений равновесия. На сфере возникнет перемещения конца траектория вектора намагниченности к новому равновесию (Рис. 4, 5).



Рис. 4. Траектории конца вектора намагниченности, исходящие из равновесий  $T_{0,1}$  ( $\pm 1, 0, 0$ ) под действием синхронных положительных импульсов магнитного поля и тока





Рис. 5. Траектории конца вектора намагниченности, исходящие из равновесий  $T_{0,1}$  (±1, 0, 0) под действием отрицательных импульсов магнитного поля и тока

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог, сформулируем основные результаты данной работы. На основе обобщенного векторного уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта в работе построена динамическая система, описывающая движение вектора намагниченности свободного слоя ячейки SOT-MRAM при подаче на нее синхронных импульсов поля и тока одинаковой полярности. Проведен анализ точек равновесия этой системы и на плоскости управляющих параметров «поле-ток» выделены области с двумя, четырьмя и шестью особыми точками. С помощью метода Рунге-Кутта построены годографы вектора намагниченности при переключении ячейки из старого в новое положение равновесия, отождествляемые с нулем либо единицей.

### ЛИТЕРАТУРА

- Hellman F., Hoffmann A., Tserkovnyak Y, Beach G.S.D., Fullerton E.E., et al. Interface-induced phenomena in magnetism // Review of modern physics. 2017. V. 89. .№ 2. P. 025006-1–025006-79.
- [2] Prenat G., Jabeur K., Vanhauwaert P., Pendina G.D., et al. Ultra-Fast and High-Reliability SOT-MRAM: From Cache

Replacement to Normally-Off Computing // IEEE Transactions on multiscale computing systems. 2016. V. 2.  $N_{0}$  1., P. 49–60.

- [3] Hals K.M.D., Brataas A. Phenomenology of currentinduced spin-orbit torques // Physical Review B. 2013. V. 88, P. 085423-1–085423-5.
- [4] Manchon A., Zhang S. Theory of spin torque due to spinorbit coupling // Physical Review B. 2009. V. 79. P. 094422-1–094422-9.
- [5] Manchon A. A new moment for Berry // Nature Physics. 2014. V. 10. P. 340–341.
- [6] Taniguchi T. Switching induced by spin Hall effect in an inplane magnetized ferromagnet with the easy axis parallel to the current // arXiv:2010.00136v1[cond-mat.mes-hall] (30 Sep 2020)
- [7] Manchon A., Zelezny J., Miron I.M., Jungwirth T., et al. Current-induced spin-orbit torques in ferromagnetic and antiferromagnetic systems // Reviews of modern physics. 2019. V. 91. № 3. P. 035004-1–035004-80.
- [8] Tao X.D., Liu Q., Miao B.F., Yu R., et al. Self-consistent determination of spin Hall angle and spin diffusion length in Pt and Pd: The role of the interface spin loss // Science Advances. 2018. 4:eaat1670. P. 1–8.
- [9] Wang Y., Deorani P., Qiu X.P., Kwon J.H., Yang H.S. Determination of intrinsic spin Hall angle in Pt // Applied physics letters. 2014. V. 105. № 15. P. 152412-1–152412-16.
- [10] Li Y.C., Edmonds K.W., Liu X.H., Zheng H.Z., Wang K.Y. Manipulation of Magnetization by Spin–Orbit Torque, Adv. QuantumTechnol. 2019. V. 2. P. 1800052-1–1800052-44.
- [11] Garello K., Miron I.M., Avci C.O., Freimuth F., et al. Symmetry and magnitude of spin–orbit torques in ferromagnetic heterostructures // Nature Nanotechnology. 2013. V. 8. P. 587–593.
- [12] Fukami S., Anekawa T., Zhang C., Ohno H. A spin–orbit torque switching scheme with collinear magnetic easy axis and current configuration // Nature Nanotechnology. 2016. V. 11. P. 621–626.
- [13] Reynolds N., Jadaun P., Heron J.T., Jermain C.L., et al. Spin Hall torques generated by rare-earth thin films // Physical Review B. 2017. V. 95. P. 064412-1–064412-13.
- [14] Slonczewski J. Current-driven excitation of magnetic multilayers // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1996. V. 159. P. L1–L7.
- [15] Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Качественная теория систем второго порядка. М.: Наука, 1966. 568 с.
- [16] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A Bifurcations in the dynamical system for three-layered magnetic valve // Solid State Phenomena. 2015. V. 233– 234. P. 431–434.
- [17] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Классификация динамических режимов переключения намагниченности в трехслойной ферромагнитной структуре в зависимости от спин-поляризованного тока инжекции и внешнего магнитного поля–І. Продольная анизотропия // Компьютерные исследования и моделирование. 2016. Т. 8. №4. С. 605–620.
- [18] Ostrovskaya N.V., Iusipova Iu.A. Qualitative Theory of Dynamical Systems for Control of Magnetic Memory Elements // Physics of Metals and Metallography. 2019. V. 120. № 13. P. 1291–1298.
- [19] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Особенности переключения намагниченности в ячейках памяти MRAM с планарной анизотропией // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2016. № 4. С. 199-206.

- [20] Островская Н.В., Скиданов В.А., Скворцов М.С. Особенности переключения намагниченности в ячейках памяти MRAM с перпендикулярной анизотропией // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2016. № 4. С. 230-236.
- [21] Островская Н.В., Скворцов М.С., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Моделирование динамики намагниченности в трехслойных ферромагнитных структурах с закрепленной границей // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС).2018. Вып. 3. С. 167-172.
- [22] Островская Н.В., Скиданов В.А., Юсипова Ю.А. Динамика намагниченности свободного слоя спинового

вентиля при воздействии магнитных полей, перпендикулярных и параллельных плоскости слоев // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2018. Вып. 3. С. 173-180.

[23] Островская Н.В., Скиданов В.А. Влияние полевой компоненты магнитного момента, обусловленного спин-поляризованным током инжекции, на динамику намагниченности в тонкопленочной трехслойной наноструктуре // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2020. Выпуск 3. С. 127-132.

# Mathematical Model of the SOT-MRAM Cell based on the Spin Hall Effect

N.V. Ostrovskaya, V.A. Skidanov, Iu.A. Iusipova Institute for Design Problems in Microelectronics of RAS Moscow, Zelenograd, 124365 ost@ippm.ru

Abstract—We considered the model of the SOT-MRAM cell with the quadrat cross-section. The type of anisotropy of the ferromagnetic layers was proposed to be parallel to one of the sides of the quadrat. The model of the SOT-MRAM memory element was analyzed using the methods of the qualitative theory of dynamical systems. The basis for modelling is the fundamental Landau-Lifshits equation written for the case of the uniform approximation with the dissipative term in the Gilbert form. We performed the bifurcation analysis of the resulting dynamical system and revealed that at the external magnetic field parallel to the field of the anisotropy the system has no standard points of the equilibrium, but they appear when the external field is equal to zero. This fact is useful at impulse switching of the memory cell. However, the dynamical system describing the dynamics of magnetization, depending on the values of the control parameters, has two, four, or six additional equilibriums that dictates the modes of the magnetization dynamics. We constructed the bifurcation diagram in the terms of the external control parameters such as the magnetic field and charge current that allowed us to classify the types of the magnetization dynamics in the SOT-MRAM cell. All the types of the dynamics were illustrated by the direct solution of the dynamical systems with help of the Runge-Kutta method.

*Keywords*—spin-orbit interaction, spin Hall effect, longitudinal anisotropy, magnetization, free layer, pinned layer, Landau–Lifshits equation, switching of magnetization.

#### REFERENCES

- Hellman F., Hoffmann A., Tserkovnyak Y, Beach G.S.D., Fullerton E.E., et al. Interface-induced phenomena in magnetism // Review of modern physics. 2017. V. 89. .№ 2. P. 025006-1–025006-79.
- [2] Prenat G., Jabeur K., Vanhauwaert P., Pendina G.D., et al. Ultra-Fast and High-Reliability SOT-MRAM: From Cache Replacement to Normally-Off Computing // IEEE

Transactions on multiscale computing systems. 2016. V. 2.  $N_{\text{D}}$  1., P. 49–60.

- [3] Hals K.M.D., Brataas A. Phenomenology of currentinduced spin-orbit torques // Physical Review B. 2013. V. 88, P. 085423-1–085423-5.
- Manchon A., Zhang S. Theory of spin torque due to spinorbit coupling // Physical Review B. 2009. V. 79. P. 094422-1–094422-9.
- [5] Manchon A. A new moment for Berry // Nature Physics. 2014. V. 10. P. 340–341.
- [6] Taniguchi T. Switching induced by spin Hall effect in an inplane magnetized ferromagnet with the easy axis parallel to the current // arXiv:2010.00136v1[cond-mat.mes-hall] (30 Sep 2020)
- [7] Manchon A., Zelezny J., Miron I.M., Jungwirth T., et al. Current-induced spin-orbit torques in ferromagnetic and antiferromagnetic systems // Reviews of modern physics. 2019. V. 91. № 3. P. 035004-1–035004-80.
- [8] Tao X.D., Liu Q., Miao B.F., Yu R., et al. Self-consistent determination of spin Hall angle and spin diffusion length in Pt and Pd: The role of the interface spin loss // Science Advances. 2018. 4:eaat1670. P. 1–8.
- [9] Wang Y., Deorani P., Qiu X.P., Kwon J.H., Yang H.S. Determination of intrinsic spin Hall angle in Pt // Applied physics letters. 2014. V. 105. № 15. P. 152412-1–152412-16.
- [10] Li Y.C., Edmonds K.W., Liu X.H., Zheng H.Z., Wang K.Y. Manipulation of Magnetization by Spin–Orbit Torque, Adv. QuantumTechnol. 2019. V. 2. P. 1800052-1–1800052-44.
- [11] Garello K., Miron I.M., Avci C.O., Freimuth F., et al. Symmetry and magnitude of spin–orbit torques in ferromagnetic heterostructures // Nature Nanotechnology. 2013. V. 8. P. 587–593.
- [12] Fukami S., Anekawa T., Zhang C., Ohno H. A spin–orbit torque switching scheme with collinear magnetic easy axis and current configuration // Nature Nanotechnology. 2016. V. 11. P. 621–626.

- [13] Reynolds N., Jadaun P., Heron J.T., Jermain C.L., et al. Spin Hall torques generated by rare-earth thin films // Physical Review B. 2017. V. 95. P. 064412-1–064412-13.
- [14] Slonczewski J. Current-driven excitation of magnetic multilayers // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 1996. V. 159. P. L1–L7.
- [15] Andronov A.A. Leontovich E.A., Gordon I.I., Mayer A.G. The qualitative theory of the second-order systems. M.: Nauka, 1966. 568 p.
- [16] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A Bifurcations in the dynamical system for three-layered magnetic valve // Solid State Phenomena. 2015. V. 233– 234. P. 431–434.
- [17] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Classification of dynamical switching regimes in a threelayered ferromagnetic nanopillar governed by spinpolarized injection current and external magnetic field I — Longitudinal anisotropy // Computer Research and Modeling. 2012. V. 4, № 3, P. 161–171 (in Russian).
- [18] Ostrovskaya N.V., Iusipova Iu.A. Qualitative Theory of Dynamical Systems for Control of Magnetic Memory Elements // Physics of Metals and Metallography. 2019. V. 120. № 13. P. 1291–1298.
- [19] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Features of magnetization reversal in a MRAM cell within-plane anisotropy // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2016. Issue 4. P. 199-205 (in Russian).

- [20] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Skvortsov M.S. Features of magnetization reversal in a MRAM cell with perpendicular anisotropy // Problems of Perspective Microand Nanoelectronic Systems Development. 2016. Issue 4. P. 230-236 (in Russian).
- [21] Ostrovskaya N.V., Skvortsov M.S., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Simulation of magnetization dynamics in three-layered ferromagnetic structures with pinned boundaries // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2018. Issue 3. P. 167-172(in Russian). doi:10.31114/2078-7707-2018-3-167-172
- [22] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A., Iusipova Iu.A. Dynamics of magnetization in the free layer of a spin valve under the influence of magnetic field, perpendicular and parallel to the layer plane // Problems of Perspective Microand Nanoelectronic Systems Development. 2018. Issue 3. P. 173-180 (in Russian). doi:10.31114/2078-7707-2018-3-173-180
- [23] Ostrovskaya N.V., Skidanov V.A.. Field-like Torque-Component Influence on the Magnetization Dynamics in the Three-Layered Nanostructure // Problems of Perspective Micro- and Nanoelectronic Systems Development. 2020. Issue 3. P. 127-132 (in Russian). doi:10.31114/2078-7707-2020-3-127-132