УДК 621.396.96 DOI: 10.31114/2078-7707-2018-4-127-134

# Алгоритм синтеза радиолокационного изображения наземной обстановки в РСА при самолетном бистатическом обзоре общей конфигурации

С.Б. Алексеев, Т.А. Лепёхина, С.Г. Лиханский, В.И. Николаев

АО «Концерн «Вега», г. Москва

tatonika@inbox.ru.

***Аннотация* — Предложен алгоритм синтеза изображения наземной обстановки в пассивном радиолокаторе при самолетном бистатическом обзоре общей конфигурации – носители летят с произвольными скоростями под произвольным углом друг к другу. При этом рассмотрен аналог прожекторного режима применительно к бистатической паре. Дано изложение как предварительных вычислений массивов вторичной информации для синтеза по первичной навигационной информации, так и всех этапов алгоритма.**

***Ключевые слова* — преобразование Фурье, преобразование Лежандра, прямая свертка, бинарный ряд, бистатический обзор, радиолокатор с синтезированной апертурой, опорная функция.**

## I. Введение

Бистатические режимы радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА) обеспечивают ряд преимуществ, таких как получение высококачественного изображения по направлению полета, скрытность съёмки, улучшение помехозащищённости, а также повышение вероятности обнаружения объектов, изготовленных по технологии «Стелс». Эти достоинства бистатических РСА обусловлены специфической пространственной конфигурацией, однако именно это усложняет процесс синтезирования апертуры антенны и обработки полученных радиоголограмм.

Статья посвящена актуальной задаче синтеза комплексных радиолокационных изображений (КРЛИ) в самолетном бистатическом обзоре. Самолеты летят равномерно и прямолинейно под произвольным углом друг к другу. Также представлен случай, когда один из носителей неподвижен и является наземной станцией.

Рассмотрен бистатический аналог прожекторного режима. Активный РСА (РСА-1) подсвечивает неизменную в ходе полета сцену на поверхности Земли, диаграмма направленности (ДН) пассивного РСА (РСА-2) в ходе всего полета прицелена в точку визирования [1] ДН РСА-1 – в центр сцены. Предполагаем, что оба РСА имеют возможность электронного управления лучом и гибкого формирования ДН (например, АФАР).

Формирование цифровой радиоголограммы (ЦРГ) происходит в пассивном РСА-2. В статье подробно рассмотрены:

1) априорное формирование массивов информации для синтеза по первичной навигационной информации;

2) все этапы алгоритма синтеза. (ЦРГ считаем априорно сжатой по дальности).

Апостериорное уточнение интервала синтеза, оптимальный выбор частоты повторения, когерентное накопление ЦРГ [5] не рассмотрены в данной статье.

## II. Первичная навигационная и радиолокационная информация

### A. Геометрия бистатического радиолокационного обзора

Предполагаем, что носители активного РСА-1 и пассивного РСА-2 летят равномерно прямолинейно на постоянных высотах под произвольным углом.

Все процессы протекают в евклидовой системе координат (СК) $\bar{y} \equiv (y_1, y_2, y_3)$ с началом в центре сцены, освещаемой лучом активного РСА-1.

Номера отсчетов сцены и ее КРЛИ обозначаем X, Y. Имеет место равенство $\bar{y} \equiv (s\mathrm{X}, s\mathrm{Y}, y_3)$, где $s$ – шаг отсчетов сцены, выбираемый из ограничения $s \le \delta_{\min}$, где $\delta_{\min}$ – минимальный интервал разрешения при текущей конфигурации обзора.

Обозначения основных величин:

- $f$ – несущая частота; $B$ – ширина диапазона;
- $F_q \approx (1{,}2 \ldots 1{,}3) \cdot B$ – частота квантования;
- $\bar{X}^{(k)} = \left(X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, X_3^{(k)}\right)$, $k = 1, 2$ – положения РСА-1, РСА-2 в момент $t = 0$ в СК сцены;
- $\bar{V}^{(k)} = \left(V_1^{(k)}, V_2^{(k)}, V_3^{(k)}\right) = \mathrm{const}$, $k = 1, 2$; $V_3^{(k)} = 0$ – векторы скорости РСА-1 и РСА-2 в СК сцены;
- модули векторов: $X^{(1)}$, $X^{(2)}$; $V^{(1)}$, $V^{(2)}$;
- $F_r$ – частота повторения импульсов РСА-1;
- $H(x, r)$ – цифровая радиоголограмма (ЦРГ),

формируемая в пассивном РСА-2 – комплексный массив с отсчетами *x* (путевой) и *r* (дальностный);

- $F(p,\ q)$ – спектр ЦРГ (шифтованное двумерное БПФ от ЦРГ) – комплексный массив с отсчетами *p* (путевой) и $q$ (дальностный) в спектральной области;
- $N_x \times N_r$ – размер массива ЦРГ и спектра ЦРГ;
- $K \times K$ – размер массива сцены (шаг $s \le \delta_{\min}$).

## III. Априорное оценивание максимально возможного геометрического разрешения и соответствующего интервала синтеза

### A. Оценивание максимального разрешения

Составляющие $\mathrm{r}_1,\ \mathrm{r}_2$ градиента $\nabla R(\bar{y})$ по $y_1,\ y_2$ в центре сцены результирующей дальности {РСА-1 – цель – РСА-2} и его модуль равны, соответственно:

$$\nabla R\,(\bar{0}) \equiv (r_1, r_2) \equiv (X_1^{(1)}/X_1^{(1)}, X_1^{(2)}/X_1^{(2)}) \cdot f/c, \qquad (1)$$

$$\mathrm{a_R} \equiv \left|\nabla R\ (\bar{0})\right| \equiv \left(\mathrm{r}_1^2 + \mathrm{r}_2^2\right)^{1/2}. \qquad (2)$$

Интервал $\delta_{\min}$ (м) максимального разрешения:

$$\delta_{\min} = c/B \ \cdot 1/\mathrm{a_R}\ . \qquad (3)$$

### B. Оценка временного интервала синтеза, дающего максимальное разрешение

Градиент по $y_1,\ y_2$ сдвига частоты Доплера $\delta f\ (\bar{y})$ по лучу {РСА-1 – цель – РСА-2} и его составляющие:

$$\nabla \delta f\ (\bar{0}) \equiv (\mathrm{f}_1,\ \mathrm{f}_2) \equiv \left(\partial(\delta f\ (\bar{0}))/\partial y_1, \partial(\delta f(\bar{0}))/\partial y_2\right), \qquad (4)$$

$$\mathrm{f}_k = \frac{f}{c} \cdot \sum_{n=1}^{2} \left( V_k^{(n)}/X^{(n)} - X_k^{(n)} \cdot \left(\bar{X}^{(n)}, \bar{V}^{(n)}\right) / \left(X^{(n)}\right)^3 \right). \qquad (5)$$

Модуль градиента (4) есть $\mathrm{a_f} = \left(\mathrm{f}_1^2 + \mathrm{f}_2^2\right)^{1/2} (\mathrm{м}^{-1}\mathrm{c}^{-1})$, интервал $T$ (с) синтеза, дающий максимальное разрешение (3) в центре сцены, равен:

$$T \approx (1.3...1{,}7) \cdot\ B/c\ \cdot\ \mathrm{a_R}/\mathrm{a_f}\ \cdot\ 1/\left|\sin\vartheta\right|, \qquad (6)$$

где $\sin\vartheta := \left(\mathrm{r}_1 \cdot \mathrm{f}_2 - \mathrm{r}_2 \cdot \mathrm{f}_1\right)/\left(\mathrm{a_R} \cdot \mathrm{a_f}\right)$ – синус угла между градиентами (1) и (4).

## IV. Априорное вычисление данных для синтеза по первичным навигационным данным

Данные для синтеза КРЛИ в текущем обзоре – это:

1) параметрическое X,Y- семейство двумерных спектральных опор для синтеза;

2) закон обратного геокодирования, сопоставляющий точке X, Y сцены отсчеты *x*, *r* ЦРГ, отвечающие стационарной точке закона миграции дальности.

### A. Вводные замечания

Под текущей переменной точкой сцены $\bar{y}$ в рассуждениях раздела IV (если не оговорено обратное) понимаем следующие шесть точек: 1) центр сцены $\bar{0} \equiv (0\quad 0\quad 0)$, 2) «очень близкую» точку оси абсцисс $\delta_1\bar{y} \equiv (\varepsilon\quad 0\quad 0)$, 3) «очень близкую» точку оси ординат $\delta_2\bar{y} \equiv (0\quad \varepsilon\quad 0)$, 4) «не очень близкую» точку оси абсцисс $\Delta_1\bar{y} \equiv (\mathrm{E}\quad 0\quad 0)$, 5) «не очень близкую» точку оси ординат $\Delta_2\bar{y} \equiv (0\quad \mathrm{E}\quad 0)$, 6) «не очень близкую» точку диагонали 1-го квадранта $\Delta_{12}\bar{y} \equiv (\mathrm{E}\quad \mathrm{E}\quad 0)$. (Задано: $\varepsilon \approx 0{,}005\ldots0{,}010$ (м), $\mathrm{E} \approx 1\ldots2$ (м).)

Данная шестерка точек сцены введена для численной оценки коэффициентов варьирования преобразования Лежандра [2, 3, 4] (см. далее) закона миграции при варьировании точки $\bar{y}$ сцены до второй степени ряда Тейлора по координатам $\bar{y}$ сцены.

### B. Алгоритм разложения закона миграции дальности в ряд Тейлора по времени с использованием БПФ

Формула закона миграции наклонной дальности $R(\bar{y};t)$ по ходу луча {РСА-1 – точка на Земле – РСА-2} на интервале $t \in [-T/2, T/2]$, *T* определено (6):

$$R(\bar{y};t) = \sum_{k=1}^{2} \begin{pmatrix} \left|\bar{X}^{(k)} - \bar{y}\right|^2 + \left(V^{(k)}\right)^2 \cdot t^2 \\ + 2\left(\bar{X}^{(k)} - \bar{y}, \bar{V}^{(k)}\right) \cdot t \end{pmatrix}^{1/2} \qquad (7)$$

и закона миграции с компенсированной линейной частью миграции для центра сцены

$$\mathrm{R}(\bar{y};\ t) = R(\bar{y};\ t) - \left(\sum_{k=1}^{2} \left(\bar{X}^{(k)}, \bar{V}^{(k)}\right)/X^{(k)}\right) \cdot t\ . \qquad (8)$$

В алгоритме синтеза применен именно закон (8).

Изложенный далее БПФ-алгоритм разложения (8) по времени выполняем для каждой из шести точек сцены, упомянутых во вводных замечаниях раздела.

Базу БПФ выбираем $\mathrm{N} \approx 2^{12}\ldots2^{13}$.

Вычислим значения закона миграции (8) из формулы (8) в N комплексных временных точках $t_n \equiv 0{,}5T\omega_{\mathrm{N}}^n \equiv 0{,}5T\exp(j2\pi \cdot n/\mathrm{N}),\ n = 0{,}1,\ldots,\mathrm{N}-1$

$$Z(\bar{y};\ \ n) := \mathrm{R}(\bar{y};\ \ 0{,}5\ T\ \ \omega_{\mathrm{N}}^n). \qquad (9)$$

Над массивом (9) размера N выполним одномерное нешифтованное БПФ на базе N, получая на выходе комплексный массив $W(\bar{y};\ \ n)$, $n = 0{,}1,\ldots,\mathrm{N}-1$. Нормируя массив $W(\bar{y};\ \ n)$ выхода БПФ формулой

$$w(\bar{y};\ \ n) := W(\bar{y};n)/\sqrt{\mathrm{N}} \cdot (2/T)^n, \qquad (10)$$

где $n = 0{,}1,\ldots,\mathrm{N}-1$, получим массив формулы (10) коэффициентов Тейлора закона миграции (8):

$$\mathrm{R}(\bar{y};\ \ t) \approx \sum_{n=1}^{N-1} w(\bar{y};\ \ n) \cdot t^n\ . \qquad (11)$$

В разложении (11) степень N усечена до $N \approx 2^6 \ldots 2^7$, именно в усеченном виде разложение (11) с высокой точностью ~ $10^{-12} \ldots 10^{-13}$ (м) аппроксимирует закон (8) миграции.

*C. Преобразование Лежандра закона миграции с переходом в радиально-скоростную область*

*1) Ряд Тейлора центрированной по центру сцены радиальной скорости*

Коэффициенты ряда Тейлора первой производной по времени закона миграции (8) имеют вид:

$$w^{(1)}(\bar{y}; n-1) \equiv n \cdot w(\bar{y}; n),\ 1 \le n \le N-1 \qquad (12)$$

Ряд Тейлора с коэффициентами (12) сходится к центрированной радиальной скорости:

$$v_{rad}(\bar{y}; t) \approx \sum_{n=0}^{N-2} w^{(1)}(\bar{y}; n) \cdot t^n \qquad (13)$$

*2) Алгоритм разложения Тейлора времени по центрированной радиальной скорости БПФ-методом*

Разложим в ряд Тейлора обратную к (13) функцию времени от центрированной радиальной скорости $t = t(\bar{y};\ v_{rad})$. Решим относительно *t* уравнение:

$$v_{rad} = w^{(1)}(\bar{y}; 0) + w^{(1)}(\bar{y}; 1) \cdot t + \sum_{n=2}^{N-2} w^{(1)}(\bar{y}; n) \cdot t^n \qquad (14)$$

для $\mathrm{M} \approx 2^{10} \ldots 2^{11}$ комплексных скоростных точек: $v_{rad,\,m} := 0{,}5\ \mathrm{V}\ \omega_{\mathrm{M}}^{m} \equiv 0{,}5\ \mathrm{V} \exp(j 2\pi \cdot m / \mathrm{M})$, где $m = 0, 1, \ldots, \mathrm{M}-1$, а константа V имеет значение:

$$\mathrm{V} \equiv \min_{i=0,\ 1} \left\{ \left| \sum_{n=0}^{N-2} \mathrm{r}_n^{(1)}(\bar{0}) \cdot (-1)^{n \cdot i} \cdot T^n / 2^n \right| \right\} \qquad (15)$$

Запустим итерационную процедуру со счетчиком *i*.

Нулевая итерация $i := 0$ – массив M комплексных чисел ($m = 0, 1, \ldots, M-1$), считаемых формулой:

$$t_m^{(0)}(\bar{y}) := 0{,}5 \cdot \mathrm{V} \cdot \omega_{\mathrm{M}}^{m} / w^{(1)}(\bar{y}; 1) \qquad (16)$$

Шаг процедуры $i \to i+1$ – пересчитывает массив M комплексных чисел по следующей формуле:

$$t_m^{(i+1)}(\bar{y}) := t_1^{(i)}(\bar{y}) + \Big( 0{,}5 \cdot \mathrm{V} \cdot \omega_{\mathrm{M}}^{m} - \sum_{n=0}^{N-2} w^{(1)}(\bar{y}; n) \cdot \left(t_m^{(i)}(\bar{y})\right)^n \Big) / w^{(1)}(\bar{y};\ 1) \qquad (17)$$

Условие останова итерационной процедуры (17): $\max_m \left| t_m^{(i_{\text{end}}+1)}(\bar{y}) - t_m^{(i_{\text{end}})}(\bar{y}) \right| < (10^{-13} \ldots 10^{-14})$,

Получаемый массив $t_m^{(i_{\text{end}})}(\bar{y}),\ m = 0, 1, \ldots, \mathrm{M}-1$ обозначим $z(\bar{y};\ m),\ m = 0, 1, \ldots, \mathrm{M}-1$. Выполнив над этим массивом одномерное нешифтованное БПФ на базе M, получим массив $w(\bar{y};\ m),\ m = 0, 1, \ldots, \mathrm{M}-1$.

Нормируя массив выхода БПФ формулой

$$u(\bar{y};\ m) := w(\bar{y};\ m) / \sqrt{\mathrm{M}} \cdot (2/\mathrm{V})^m, \qquad (18)$$

где $m = 0, 1, \ldots, \mathrm{M}-1$, получим коэффициенты ряда Тейлора зависимости времени от центрированной радиальной скорости $v_{rad} \in [-\mathrm{V}/2,\ \mathrm{V}/2]$:

$$t = t(\bar{y};\ v_{rad}) \approx \sum_{m=0}^{M-1} u(\bar{y};\ m) \cdot v_{rad}^{m}, \qquad (19)$$

где степень усекаем до $M \approx 2^6 \ldots 2^7$.

*3) Разложение Тейлора преобразования Лежандра и его вариаций по центрированной радиальной скорости*

Преобразование Лежандра [2, 3, 7, 8] закона миграции дальности (8) имеет следующий вид:

$$L(\bar{y}; v_{rad}) \equiv \mathrm{t}(\bar{y}; v_{rad}) \cdot v_{rad} - \mathrm{R}(\bar{y}; \mathrm{t}(\bar{y}; v_{rad})), \qquad (20)$$

где $t = \mathrm{t}(\bar{y};\ v_{\mathrm{rad}})$ есть сумма ряда из формулы (21).

Разложим $L(\bar{y};\ v_{\mathrm{rad}})$ в ряд Тейлора по $v_{\mathrm{rad}}$. Вычислим значения функции $L(\bar{y};\ v_{\mathrm{rad}})$ в $\mathrm{L} \approx 2^{10} \ldots 2^{11}$ комплексных скоростных точках $v_{rad,\,l} := 0{,}5\ \mathrm{V}\ \omega_{\mathrm{L}}^{l} \equiv 0{,}5\ \mathrm{V} \exp(j 2\pi \cdot l / \mathrm{L}),\ l = 0, 1, \ldots, \mathrm{L}-1$:

$$G(\bar{y};\ l) := L(\bar{y};\ 0{,}5\ \mathrm{V}\ \omega_{\mathrm{L}}^{l}), \qquad (22)$$

подставляя сумму ряда (19) (разложение $t = \mathrm{t}(\bar{y};\ v_{\mathrm{rad}})$) в формулу (20) и используя разложение (11) в ряд Тейлора по времени закона миграции (8). Над полученным (21) комплексным массивом $G(\bar{y};\ l)$ размера L выполним одномерное нешифтованное БПФ на базе L и получим комплексный массив $H(\bar{y};\ l)$, l =0,1,…,L – 1. Нормируя этот массив по формуле

$$h(\bar{y}; l) := H(\bar{y}; l) / \sqrt{\mathrm{L}} \cdot (2/\mathrm{L})^l \qquad (22)$$

получим массив (22) коэффициентов ряда Тейлора преобразования Лежандра:

$$L(\bar{y};\ v_{\mathrm{rad}}) \approx \sum_{l=2}^{L-1} h(\bar{y};\ m) \cdot v_{rad}^{l}, \qquad (23)$$

степень усекли снизу до 2 – для подвижности отклика.

Разложение (23) получено для описанных во вводной части шести специальных точек. Применим это для вычисления вариаций по сцене коэффициентов Тейлора (23) преобразования Лежандра ((24) ниже):

$$L(\bar{y}(\mathrm{X}, \mathrm{Y}); v_{rad}) \approx \sum_{l=2}^{L-1} \left( c_0^{(l)} + c_1^{(l)} \cdot \mathrm{X} + c_2^{(l)} \cdot \mathrm{Y} \right) \cdot v_{rad}^{l} + \sum_{l=2}^{L-1} \left( c_{11}^{(l)} \cdot \mathrm{X}^2 + c_{12}^{(l)} \cdot \mathrm{XY} + c_{12}^{(l)} \cdot \mathrm{Y}^2 \right) \cdot v_{rad}^{l}. \qquad (24)$$

Коэффициенты $c_0^{(l)},\ c_1^{(l)},\ c_2^{(l)},\ l = 2, \ldots, L-1$ X,Y линейных членов (24) считаем по формулам:

$$c_0^{(l)} \approx h(\bar{0}; l);\ c_1^{(l)} \approx \left( h(\delta_1 \bar{y}; l) - h(\bar{0}; l) \right) \cdot s / \varepsilon; \quad c_2^{(l)} \approx \left( h(\delta_2 \bar{y}; l) - h(\bar{0}; l) \right) \cdot s / \varepsilon \qquad (25)$$

через массивы формулы (24) в специальных точках.

Коэффициенты $c_{11}^{(l)},\ c_{12}^{(l)},\ c_{22}^{(l)},\ l=2,\ ...,\ L-1$ X,Y –квадратичных членов (24) вычисляем по итогам (25):

$$c_{kk}^{(l)} \approx \left(h\left(\Delta_k \bar{y};l\right)\cdot s^2 - c_k^{(l)}\cdot \mathrm{E}\cdot s - h\left(\bar{0};l\right)\cdot s^2\right)/\ \mathrm{E}^2,$$
$$c_{12}^{(l)} \approx \begin{pmatrix} h\left(\Delta_{12}\bar{y};l\right)\cdot s^2 - \left(c_{11}^{(l)}+c_{22}^{(l)}\right)\cdot \mathrm{E}^2 - \\ -\left(c_1^{(l)}+c_2^{(l)}\right)\cdot \mathrm{E}\cdot s - h\left(\bar{0};l\right)\cdot s^2 \end{pmatrix}/\ \mathrm{E}^2, \qquad (26)$$

где $k=1{,}2$.

*D. Вторичная навигационная информация – опоры и коэффициенты их фазовых функций*

*1) Перевод преобразования Лежандра закона миграции из радиально-скоростной области в область безразмерных номеров спектральных отсчетов*

Нормируем коэффициенты (25, 26) для перехода из радиально-скоростного масштаба в масштаб номеров $p,\ q$ спектральных отсчетов и для перехода от баз дальности $N_r$ и азимута $N_x$ к базе $K$ массива сцены [7]:

$$a_k^{(l)} := c^{l-1}\frac{KN_r^{l-1}}{N_x^l}\frac{F_r^l}{F_q^{l-1}}\cdot c_k^{(l)},\ k=0,1,2;$$
$$a_{ij}^{(l)} := c^{l-1}\frac{KN_r^{l-1}}{N_x^l}\frac{F_r^l}{F_q^{l-1}}\cdot c_{ij}^{(l)},\ 1\le i,\ j\le 2. \qquad (27)$$

для номеров $2\le l\le L-1$ ($c$ – скорость света); несущую частоту $f$ переведем в масштаб дальностных отсчетов:

$$Q := f\cdot N_r / F_q. \qquad (28)$$

Коэффициенты (25, 26) фигурируют в фазе спектральных опор для синтеза в масштабе (27) [7, 8] .

*2) Спектральные опорные функции для синтеза*

Множители X, Y–семейства опор с линейной и квадратичной по X, Y фазой имеют вид [7, 8]:

$$\mathrm{G}_1(\mathrm{X},\mathrm{Y};p,q)\approx \exp\left(j\frac{2\pi}{K}\cdot\sum_{l=2}^{L-1}\begin{pmatrix} a_0^{(l)}+ \\ a_1^{(l)}\mathrm{X}+a_2^{(l)}\mathrm{Y}\end{pmatrix}\frac{p^l}{(Q+q)^{l-1}}\right) \qquad (29)$$

$$\mathrm{G}_2(\mathrm{X},\mathrm{Y};p,q)\approx \exp\left(j\frac{2\pi}{K}\cdot\sum_{l=2}^{L-1}\begin{pmatrix} a_{11}^{(l)}\mathrm{X}^2+a_{22}^{(l)}\mathrm{Y}^2 \\ +a_{12}^{(l)}\mathrm{XY}\end{pmatrix}\frac{p^l}{(Q+q)^{l-1}}\right) \qquad (30)$$

Опора, отвечающая центру сцены, имеет вид [7, 8]:

$$\mathrm{G}_0(p,q)\approx \exp\left(j\cdot 2\pi/K\cdot\sum\nolimits_{l=2}^{L-1} a_0^{(l)}\cdot p^l/(Q+q)^{l-1}\right). \qquad (31)$$

*3) Предварительный шаг алгоритма синтеза*

Компенсируем центральный набег фазы в спектре ЦРГ $F(p,q)$, умножая его на центральную опору (31):

$$f(p,q) := \mathrm{G}_0(p,q)\ \cdot\ F(p,q). \qquad (32)$$

Интегральная формула синтеза приобретает вид:

$$\mathrm{I}(\mathrm{X},\mathrm{Y})\approx\iint dpdq\ f(p,q)\ \times$$
$$\times\exp\left(j\cdot\left(2\pi/N_x\cdot p\cdot x(\mathrm{X},\mathrm{Y})+2\pi/N_r\cdot q\cdot r(\mathrm{X},\mathrm{Y})\right)\right)\times \qquad (33)$$
$$\times\exp\left(\frac{j2\pi}{K}\cdot\sum_{l=2}^{L-1}\begin{pmatrix} a_1^{(l)}\mathrm{X}+a_2^{(l)}\mathrm{Y}+ \\ a_{11}^{(l)}\mathrm{X}^2+a_{22}^{(l)}\mathrm{Y}^2 \\ +a_{12}^{(l)}\mathrm{XY}\end{pmatrix}\frac{p^l}{(Q+q)^{l-1}}\right).$$

*4) Формулы обратного геокодирования*

Функции обратного геокодирования (из (33)) сопоставляют координатам X, Y цели отсчеты $x,\ r$ отклика в КРЛИ при синтезе в путевых координатах:

$$x(\mathrm{X},\mathrm{Y})\approx F_r\cdot\sum_{m=0}^{M-2}u(\bar{y}(\mathrm{X},\mathrm{Y});m)\cdot\left(v_{rad}(\bar{y}(\mathrm{X},\mathrm{Y});0)\right)^m,$$
$$r(\mathrm{X},\mathrm{Y})\approx\frac{F_q}{c}\cdot\sum_{n=1}^{N-1}w(\bar{y}(\mathrm{X},\mathrm{Y});n)\cdot\left(x(\mathrm{X},\mathrm{Y})/F_r\right)^n. \qquad (34)$$

Радиальная скорость (при $t$ = 0) в (34) равна:

$$v_{rad}(\bar{y}(\mathrm{X},\mathrm{Y});0) = -\sum_{k=1}^{2}\frac{\left(\bar{X}^{(k)}-\bar{y}(\mathrm{X},\mathrm{Y}),\bar{V}^{(1)}\right)}{\left|\bar{X}^{(k)}-\bar{y}(\mathrm{X},\mathrm{Y})\right|}. \qquad (35)$$

Применяя к функциям (34) разностные производные порядка 1 и 2 согласно аналогичным (25, 26) формулам можно получить разложение степени 2:

$$\begin{pmatrix} x(\mathrm{X},\mathrm{Y}) \\ r(\mathrm{X},\mathrm{Y})\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}\alpha & \beta \\ \gamma & \delta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathrm{X} \\ \mathrm{Y}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathrm{X} \\ \mathrm{Y}\end{pmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix}\eta_{11} & \eta_{12} \\ \eta_{12} & \eta_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathrm{X} \\ \mathrm{Y}\end{pmatrix}. \qquad (36)$$

Коэффициенты формулы (36) будут использованы на стадии обобщенного преобразования Столта и на стадии финальной дофокусировки КРЛИ.

## V. Первый шаг алгоритма синтеза КРЛИ – приближенная трансформация интегрального оператора синтеза в оператор ОБПФ

*A. Линейная по координатам сцены в фазе опорной функции аппроксимация оператора синтеза с учетом обратного геокодирования*

Данная аппроксимация оператора синтеза получается из формулы (33) через формулу (36):

$$\mathrm{I}_1(\mathrm{X},\mathrm{Y})\approx\iint dpdq\cdot f(p,q)\ \times \qquad (37)$$
$$\times\exp\left(\frac{j2\pi}{K}\left((Q+q)\begin{pmatrix}\gamma+\alpha\dfrac{p}{Q+q}+ \\ +\sum\limits_{l=2}^{L-1}a_1^{(l)}\left(\dfrac{p}{Q+q}\right)^l\end{pmatrix}-Q\gamma\right)\cdot\mathrm{X}\right)\times$$
$$\times\exp\left(\frac{j2\pi}{K}\left((Q+q)\begin{pmatrix}\delta+\beta\dfrac{p}{Q+q}+ \\ +\sum\limits_{l=2}^{L-1}a_2^{(l)}\left(\dfrac{p}{Q+q}\right)^l\end{pmatrix}-Q\delta\right)\cdot\mathrm{Y}\right)$$

Коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ являются нормированными под переход от масштаба ЦРГ к масштабу КРЛИ коэффициентами α, β, γ, δ из формулы (36):

$$\alpha := \mathrm{\alpha} \cdot K / N_x, \;\; \beta := \mathrm{\beta} \cdot K / N_r, \\ \gamma := \mathrm{\gamma} \cdot K / N_x, \;\; \delta := \mathrm{\delta} \cdot K / N_r \; . \tag{38}$$

Существует замена спектральных переменных в (37), уточняющая преобразование Столта [2, 3, 7, 8]:

$$W := (Q+q) \cdot \left( \gamma + \alpha \frac{p}{Q+q} + \sum_{l=2}^{L-1} a_1^{(l)} \left( \frac{p}{Q+q} \right)^l \right) - Q\gamma, \\ Z := (Q+q) \cdot \left( \delta + \beta \frac{p}{Q+q} + \sum_{l=2}^{L-1} a_2^{(l)} \left( \frac{p}{Q+q} \right)^l \right) - Q\delta. \tag{39}$$

Назовем (39) «Generalized Stolt Transform (GST)».

В новых спектральных отсчетах $W, Z$ (39) оператор синтеза (37) принимает вид ОБПФ на базе $K$ x $K$:

$$\mathrm{I}_1(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) \approx \iint dWdZ \exp\left(j \cdot 2\pi/K \cdot (W \cdot \mathrm{X} + Z \cdot \mathrm{Y})\right) \cdot \\ \cdot \mathrm{J}(W, Z) \cdot \mathrm{f}(W, Z), \tag{40}$$

где $\mathrm{J}(W, Z) \equiv J(\mathrm{p}(W, Z), \mathrm{q}(W, Z))$ – якобиан замены переменных $\mathrm{p} \equiv \mathrm{p}(W, Z)$, $\mathrm{q} \equiv \mathrm{q}(W, Z)$, обратной GST:

$$\mathrm{J}(W, Z) \equiv 1 / \begin{vmatrix} \alpha + \sum_{l=2}^{L-1} l \, a_1^{(l)} (\mathrm{p}/(Q+\mathrm{q}))^{l-1} & \gamma - \sum_{l=2}^{L-1} (l-1) a_1^{(l)} (\mathrm{p}/(Q+\mathrm{q}))^{l} \\ \beta + \sum_{l=2}^{L-1} l \, a_2^{(l)} (\mathrm{p}/(Q+\mathrm{q}))^{l-1} & \delta - \sum_{l=2}^{L-1} (l-1) a_2^{(l)} (\mathrm{p}/(Q+\mathrm{q}))^{l} \end{vmatrix},$$

а $\mathrm{f}(W, Z)$ – спектр (32) центрально компенсированной ЦРГ в переменных (39): $\mathrm{f}(W, Z) \equiv f(p(W, Z), q(W, Z))$.

### B. *Алгоритмическая реализация обобщенного преобразования Столта*

#### 1) *Предварительная регуляризация формул GST*

Замена переменных (39) допускает реализацию одномерными масштабированиями и сдвигами [1, 6] .

Полезно совершить следующую замену выходных переменных $W, Z \to w, z$ и коэффициентов в (39):

$$\begin{pmatrix} w & b_1^{(l)} \\ z & b_2^{(l)} \end{pmatrix} := |\alpha\delta - \beta\gamma|^{-1} \begin{pmatrix} \delta & -\gamma \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W & a_1^{(l)} \\ Z & a_2^{(l)} \end{pmatrix}. \tag{41}$$

Комбинирование (41) формул (39) приводит GST к виду (42), реализуемому одномерными сдвигами и масштабированиями малого динамического диапазона:

$$w := p \cdot \left( 1 + \sum\nolimits_{l=2}^{L-1} b_1^{(l)} \cdot \left( p / (Q+q) \right)^{l-1} \right), \\ Q + z := (Q+q) \cdot \left( 1 + \sum\nolimits_{l=2}^{L-1} b_2^{(l)} \cdot \left( p / (Q+q) \right)^{l} \right). \tag{42}$$

#### 2) *Реализация первого (основного) этапа GST*

Замена (42) $p, q \to w, z$ реализуема 4 шагами:

***1)*** Масштабирование «азимута» $(p, \; q) \to (\varphi, \; q)$:

$$p \to \varphi; \quad \varphi := p \cdot Q / (Q+q) \tag{43}$$

2) Масштабирование «дальности» со сдвигом $(\varphi, \; q) \to (\varphi, \; z)$:

$$z := \left( 1 + \sum_{l=2}^{L-1} b_2^{(l)} (\varphi / Q)^l \right) \cdot q + Q \cdot \sum_{l=2}^{L-1} b_2^{(l)} (\varphi / Q)^l \tag{44}$$

3) Масштабирование «азимута» $(\varphi, \; z) \to (\psi, \; z)$:

$$\psi := \varphi \cdot \left( 1 + \sum_{l=2}^{L-1} b_1^{(l)} (\varphi / Q)^{l-1} \right) \left( 1 + \sum_{l=2}^{L-1} b_2^{(l)} (\varphi / Q)^{l-1} \right)^{-1} \tag{45}$$

***4)*** Масштабирование «азимута» $(\psi, \; z) \to (w, \; z)$:

$$\psi \to w; \qquad w := (1 + z / Q) \cdot \psi \tag{46}$$

#### 3) *Реализация второго (завершающего) этапа GST*

Этап состоит в обратной линейной замене переменных $w, z \to W, Z$ первой матрицей из (36).

Введем следующие величины (порождаемые (36)):

$$\rho_1 = \sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}; \quad \rho_2 = \sqrt{\beta^2 + \delta^2}; \\ \varphi_1 = \arg(\alpha + j \cdot \gamma); \; \varphi_2 = \arg(\beta + j \cdot \delta); \; \psi \equiv \varphi_1 - \varphi_2 . \tag{47}$$

Второй этап реализуем 5 шагами (используют (47)).

1) Масштабирование «азимута» $(w, \; z) \to (w_1, \; z)$:

$$w \to w_1; \quad w_1 := \rho_1 \cdot w \tag{48}$$

2) Масштабирование «дальности» $(w_1, \; z) \to (w_1, \; z_1)$:

$$z \to z_1; \qquad z_1 := \rho_2 \sin\psi \cdot z \tag{49}$$

3) Масштабирование «азимута» со сдвигом $(w_1, \; z_1) \to (w_2, \; z_1)$;

$$w_2 := \cos\varphi_1 \cdot w_1 + \cos\varphi_1 (\cot\psi - \tan\varphi_1) \cdot z_1 \tag{50}$$

***4)*** Масштабирование «дальности» $(w_3, \; z_1) \to (w_3, \; z_2)$:

$$z_1 \to Z; \quad Z := \sec\varphi_1 \cdot z_1 \tag{51}$$

5) Сдвиг «азимута» $(w_2,\ Z) \to (W,\ Z)$:

$$w_2 \to W; \quad W := w_2 \ + \ \tan\varphi_1 \cdot Z \tag{52}$$

Термины «азимут» и «дальность» условны.

*4) Функциональный оператор GST и его объекты*

Масштабирование (43–46, 48–52) – оператор, реализуемый через БПФ и умножения на опоры [1, 6].

Объекты масштабирования (43–46, 48–52) – двумерные комплексные массивы: $f(p,q)\cdot J(p,q)$ (произведение якобиана обратной GST замены переменных на центрально-компенсированный спектр (32)), и массивы номеров отсчетов $p(p,q),\ q(p,q)$.

Масштабированный массив $f(p,q)\cdot J(p,q)$ имеет вид $\mathrm{f}(W,Z)\cdot \mathrm{J}(W,Z)$, и далее подвергается ОБПФ по формуле (40), превращаясь в КРЛИ $\mathrm{I}_1$(X, Y).

Массивы $\mathrm{p}(W,Z),\ \mathrm{q}(W,Z)$ задействованы в шагах 2, 3 синтеза (раздел VI) – до-фокусировке КРЛИ.

## VI. Второй и третий шаги алгоритма синтеза КРЛИ – до-фокусировка изображения с использованием множителя опоры с квадратичной по координатам фазой

### *A. Второй шаг алгоритма – до-фокусировка с использованием приближенного разложения опоры с квадратичной по координатам фазой в бинарный ряд*

Шаг состоит в дальнейшей фокусировке первичного изображения $\mathrm{I}_1$(X, Y) на выходе оператора ОБПФ (40) после GST с использованием разложения в бинарный ряд следующего «главного подмножителя» X, Y–квадратичного множителя (30) семейства опор:

$$\mathrm{G}_2^{\mathrm{Main}}(\mathrm{X},\mathrm{Y};\ p,\ q) \approx$$
$$\approx \exp\left( j\frac{2\pi}{K}\begin{pmatrix} a_{11}^{(2)}\mathrm{X}^2 + a_{22}^{(2)}\mathrm{Y}^2 \\ + a_{12}^{(2)}\mathrm{XY} \end{pmatrix} \cdot \sum_{l=2}^{L-1} d_l \frac{p^l}{(Q+q)^{l-1}} \right). \tag{53}$$

Вид опоры (53) обоснован идеей наилучшей аппроксимации векторов $\bar{a}_l \equiv (a_{11}^{(l)}, a_{12}^{(l)}, a_{22}^{(l)}),\ l \ge 3$ коэффициентов квадратичной формы в фазе (33) вектором, коллинеарным $\bar{a}_2 \equiv (a_{11}^{(2)}, a_{12}^{(2)}, a_{22}^{(2)})$ . Коэффициенты $d_l,\ l \ge 2$ в формуле (53) равны:

$$d_l := (\bar{a}_2, \bar{a}_l)/(\bar{a}_2, \bar{a}_2),\ l \ge 2;\ \ d_2 = 1$$

Фаза опоры (53) бинарная – равна произведению функции только от X, Y и функции только от W, Z.

Формула синтеза (33) после GST (39) и «усечения» опор синтеза до подмножителя (53) принимает вид:

$$\mathrm{I}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) \approx \iint dW\, dZ \exp\left(j\cdot 2\pi/K\cdot(W\cdot\mathrm{X} + Z\cdot\mathrm{Y})\right) \times$$
$$\times\ \mathrm{J}(W,Z)\cdot \mathrm{f}(W,Z) \times \tag{54}$$
$$\times \exp\left( j\frac{2\pi}{K}\begin{pmatrix} a_{11}^{(2)}\mathrm{X}^2 + a_{22}^{(2)}\mathrm{Y}^2 \\ + a_{12}^{(2)}\mathrm{XY} \end{pmatrix} \cdot \sum_{l=2}^{L-1} d_l \frac{p^l}{(Q+q)^{l-1}} \right)$$

Разложение в бинарный ряд опоры (53) в формуле синтеза (54) приводит эту формулу к виду интегрально-операторного ряда с индексом $m$=0…$M$:

$$\mathrm{I}_2(\mathrm{X},\mathrm{Y}) \approx \sum_{m=0}^{M} (j\cdot 2\pi/K)^m \left( \sum_{i+k=2} a_{ik}^{(2)} \mathrm{X}^i \mathrm{Y}^k \right)^m / m\,! \times$$
$$\iint dW\ dZ\ \exp\left(j\cdot 2\pi/K\cdot(W\cdot\mathrm{X}+Z\cdot\mathrm{Y})\right) \times \tag{55}$$
$$\times\ \mathrm{J}(W,Z)\cdot \mathrm{f}(W,Z)\cdot \left( \sum_{l=2}^{L-1} d_l \cdot \mathrm{p}^l(W,Z)/(Q+\mathrm{q}(W,Z))^{l-1} \right)^m$$

Разделение переменных на координатные и спектральные в каждом члене (55) позволяет брать ОБПФ от *W*, *Z*–множителя каждого члена и получать до-фокусированное изображение $\mathrm{I}_2$(X, Y) линейным X, Y–комбинированием (55) преобразованных ОБПФ в координатную область *W*, *Z*–множителей членов.

### *B. Третий (завершающий) шаг алгоритма – до-фокусировка локальной прямой сверткой с остаточными опорами на малой базе*

Остаточное (после выделения $\mathrm{G}_2^{\mathrm{Main}}$ их $\mathrm{G}_2$) X,Y–семейство спектральных опорных функций имеет вид:

$$G_{\mathrm{Res}}(\mathrm{X},\mathrm{Y};W,Z) \approx$$
$$\exp\begin{pmatrix} j2\pi/K\cdot \sum_{l=2}^{L-1} \mathrm{p}^l(W,Z)/(Q+\mathrm{q}(W,Z))^{l-1}\cdot \\ \sum_{m+n=2} \mathrm{X}^m\mathrm{Y}^n\left(a_{mn}^{(l)} - d_l\cdot a_{mn}^{(2)}\right) \end{pmatrix} \times \tag{56}$$
$$\times \exp\left(j2\pi/K\cdot \sum_{m+n=2} \eta_{\mathrm{mn}}\cdot \mathrm{X}^m\mathrm{Y}^n \right),$$

где коэффициенты $\eta_{mn}$ взяты из члена степени 2 формулы закона обратного геокодирования (36).

Спектр опоры (56) имеет во временной области короткий (~$K$/32 отсчетов) носитель и медленно зависит от номеров X, Y. Если разбить КРЛИ $\mathrm{I}_2$(X, Y) с выхода (55) на ~32 х 32 квадратов, внутри каждого из квадратов применима одна и та же опора (56).

Исходя из сказанного, для окончательной до-фокусировки КРЛИ применим следующий алгоритм.

Для каждого квадрата разбиения КРЛИ $\mathrm{I}_2$ (X, Y) вычисляем (двумерным шифтованным БПФ) опору $\mathrm{g}_{\mathrm{Res}}(\mathrm{X}_{ij},\ \mathrm{Y}_{ij};\ \mathrm{X},\ \mathrm{Y})$ во временной области, отвечающую центру текущего квадрата $-K/64 \le ii,\ jj \le K/64$.

Для каждого квадрата $-K/64 \le ii,\ jj \le K/64$ выполняем прямую свертку КРЛИ $\mathrm{I}_2$ (X, Y), вычисленную по формуле (55), с малоразмерной ~ $K$/32 х $K$/32 временной опорой $\mathrm{g}_{\mathrm{Res}}(\mathrm{X}_{\mathrm{ij}},\ \mathrm{Y}_{\mathrm{ij}};\ \mathrm{X},\ \mathrm{Y})$, считая выходные значения только в текущем квадрате.

На выходе третьего шага – окончательно дофокусированный массив КРЛИ I (X, Y).

## VII. Глобальная структура алгоритма синтеза КРЛИ

### A. *Общая структура априорной обработки*

1) Априорная оценка максимально возможного разрешения и соответствующего интервала синтеза;

2) разложение закона миграции дальности в ряд Тейлора по времени БПФ методом;

3) разложение в ряд Тейлора функции зависимости времени от радиальной скорости БПФ методом;

4) вычисление преобразование Лежандра закона миграции дальности и его вариаций по координатам сцены до второй степени БПФ методом;

5) вычисление закона обратного геокодирования до второй степени по координатам сцены;

6) вычисление массивов коэффициентов, определяющих семейство опорных функций для синтеза до второй степени по координатам сцены.

### B. *Общая структура процедуры синтеза*

1) Вычисление двумерного спектра голограммы;

2) компенсация центрального набега фазы в спектре голограммы;

3) приближенная редукция оператора синтеза к оператору ОБПФ обобщенным преобразованием Столта (которое выполняется как оператор над двумерными спектральными информационными массивами через ряд одномерных масштабирований и сдвигов);

4) пошаговая фокусировка изображения с помощью применения ОБПФ к бинарному ряду, порожденному приближенным разложением опоры с квадратичной по координатам сцены фазой в экспоненциальный ряд;

5) дофокусировка КРЛИ локальной прямой сверткой на малой базе.

## VIII. Заключение

Теоретическое исследование и компьютерное моделирование синтеза в бистатических обзорах общего вида показали, что параметры синтеза (интервал синтеза, оптимальная частота повторения, размер массива голограммы) сильно зависят не только от требуемого разрешения и рабочего диапазона, но и от геометрической конфигурации обзора, включая положения и направления полета носителей относительно сцены.

Также выявлено, что типичной в бистатике является ситуация, когда обзор является «эквивалентно-сильно-скошенным» с эквивалентными углами скоса до ~30°…45°. Поэтому следует выполнять априорную компенсацию линейной миграции в центре сцены и работать с любым обзором как с «эквивалентно-боковым». Поскольку РЛИ сходу строится в горизонтальных координатах сцены, данная компенсация не порождает проблемы искажения координатной сетки или искажения формы отклика.

Фигурирующие в статье немногочисленные числовые данные (оценки погрешностей, величин шагов, степеней рядов и количеств итераций, рекомендуемые размеры баз БПФ и т. д.) являются выводами из серии вычислительных экспериментов.

## Литература


[1] Верба В.С., Неронский Л.Б., Осипов И.Г., Турук В.Э. Радиолокационные системы землеобзора космического базирования. // Издательство «Радиотехника», 2010.

[2] Mittermayer J., Moreira A., Loffeld O. High Precision Processing of Spotlight SAR Data Using the Extended Chirp Scaling Algorithm. // EUSAR’98, pp. 561-564, Friedrichshafen, Germany, May 1998.

[3] Ian G. Cumming, Frank H. Wong. Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data. Algorithms and Implementation. // ArtechHouse, Boston & London, 1992.

[4] Carrara W.G., Goodman R.S., Majewski R.M. Spotlight Synthetic Aperture Radar. Signal Processing Algorithms // ArtechHouse, Boston & London, 1995.

[5] Лиханский С.Г. Модифицированный метод скользящего окна как способ компенсации стробэффекта и одновременно повышения производительности сверточных алгоритмов синтеза в прожекторном режиме. // Наукоемкие технологии, № 10, 2006.

[6] Лиханский С.Г. Новая технология прецизионного масштабирования радиолокационных сигналов, обобщающая известный Chirp-Scaling-оператор. // Наукоемкие технологии, № 7-8, 2006, стр. 28-38.

[7] Лиханский С.Г. Модифицированный алгоритм Omega-KA синтеза радиолокационных изображений повышенной точности в прожекторном режиме в космических РСА и его баллистическое обеспечение. // Труды международной конференции по научно-техническим проблемам землеобзора, дозора и управления и комплексов с беспилотными летательными аппаратами, Москва, ОАО «Концерн «Вега»», 2013 г.

[8] Лиханский С.Г. Модификация алгоритма синтеза радиолокационных изображений Omega-KA с целью повышения его точности. // Научно-методический сборник ЦНИИМОРФ № 2 (532) Тверь 2013. Инв. 55441/3

# Algorithm of Synthesizing Radar Scene Images in Passive SAR being the Part of Airborne Bi-static Radar System of General Configuration

S.B. Alekseev, T.A. Lepekhina, S.G. Likhansky, V.I. Nikolaev

Joint-Stock Corporation «Vega», Moscow, tatonika@inbox.ru

**Abstract - The paper is devoted to the problem of radar image synthesis in the airborne bi-static look, in which the carriers (planes) of bi-static pair have arbitrary different constant velocity vectors and fly on constant heights. The bi-static analog of Spotlight Mode is considered – the rays of active SAR-1 and passive SAR-2 are being directed into the same ground-based point (scene center). The hologram is being formed in passive SAR-2 (it is being compressed by range).**

**The following two topics are considered in the paper:**

**1) The a-prior formation of secondary data arrays, necessary for image synthesis, based on primary navigation data and on data about demanded geometric resolution.**

**2) The image synthesizing algorithm, for which both the general structure with all appropriate formulae and detailed step-by-step illustration are considered.**

**In frames of the first topic (a-prior processing) the following problems are solved:**

**a) Dependence of bi-static pair resolution abilities from the target position was explored and time interval of synthesizing, providing the demanded resolution, was calculated.**

**c) The bi-static look is reduced to side quasi-mono-static look using compensation of linear part of summary slant range migration {SAR-1 – target – SAR-2} for scene center.**

**d) Inverse geo-coding law, mapping scene coordinates into range-way coordinates and taking place in formula of transforming the hologram into the image, is obtained.**

**e) Legendre Transform (as a Taylor series by radial velocity) of migration law and its variations (by scene coordinates) up to second order is calculated. By usage of this result, coefficients defining the set of spectral-domain references for synthesizing image array being written in scene coordinates, are calculated.**

**In frames of the second topic (synthesizing algorithm) the following problems are solved:**

**a) Formulae of spectral variables transform (Stolt Transform generalization, GST) reducing («modulo» second-degree variations of reference phases by scene coordinates) the synthesizing operator to the simple form of two-dimensional Inverse Fourier Transform were obtained. The step-by-step representation of GST by limited number of one-dimensional operators of scaling and shift was obtained.**

**b) The problem of influence second order variations (by scene coordinates) of reference phases is solved by means of Inverse Fourier transformation of the special binary series.**

**The correctness and exactness of the all described algorithms was proved by means of step-by-step modeling.**

***Keywords* — Fourier transform, Legendre transform, Taylor series, direct convolution, binary series, bistatic look, synthetic aperture radar, reference function.**

## REFERENCES

[1] Verba V.S., Neronskij L.B., Osipov I.G., Turuk V.E. Radiolokacionnye sistemy zemleobzora kosmicheskogo bazirovaniya (Space-borne Earth Surveillance Radar Systems). // Izdatel'stvo «Radiotekhnika», 2010.

[2] Mittermayer J., Moreira A., Loffeld O. High Precision Processing of Spotlight SAR Data Using the Extended Chirp Scaling Algorithm. // EUSAR'98, pp. 561-564, Friedrichshafen, Germany, May 1998.

[3] Ian G. Cumming, Frank H. Wong. Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data. Algorithms and Implementation. // ArtechHouse, Boston & London, 1992.

[4] Carrara W.G., Goodman R.S., Majewski R.M. Spotlight Synthetic Aperture Radar. Signal Proc¬essing Algorithms // ArtechHouse, Boston&London, 1995.

[5] Lihanskij S.G. Modificirovannyj metod skol'zyashchego okna kak sposob kompensa¬cii strobeffekta i odnovremenno povysheniya proizvoditel'nosti sver¬toch-nyh algo¬ritmov sinteza v prozhektornom rezhime. (Modified sliding window method as the way of stroboscopic-effect compensation and simul-taneously improvement productivity of convolution synthesizing algorithms in Spotlight Mode.) // Naukoem¬kie tekhnologii, № 10, 2006.

[6] Lihanskij S.G. Novaya tekhnologiya precizionnogo masshtabirovaniya radiolokacion¬nyh signalov, obobshchayushchaya izvestnyj Chirp-Scaling-operator. (New technology of high-precision radar signal scaling as generalization of well-known Chirp-Scaling operator) // Naukoem¬kie tekhnologii, № 7-8, 2006, str. 28-38.

[7] Lihanskij S.G. Modificirovannyj algoritm Omega-KA sinteza radiolokacionnyh izobrazhenij povyshennoj tochnosti v prozhektornom rezhime v kosmicheskih RSA i ego ballisticheskoe obespechenie. (Modified algorithm Omega-KA for high-precision radar image synthesizing in Spotlight Mode in space-based SAR and it's ballistic support. The Proceedings of the International Confer-ence devoted to scientific and technical problems of Earth Surveillance, patrol and control of complexes of pilotless flying apparates) // Trudy mezhdunarodnoj konferencii po nauchno-tekhnicheskim problemam zemleobzora, dozora i upravleniya i kompleksov s bespilotnymi letatel'nymi apparatami, Moskva, OAO «Koncern «Vega»», 2013 g.

[8] Lihanskij S.G. Modifikaciya algoritma sinteza radiolokacionnyh izobrazhenij Omega-KA s cel'yu povysheniya ego tochnosti.( Modification of synthesizing radar image algorithm Omega-KA with the purpose of precision improvement) // Nauchno-metodiche¬skij sbornik TSNIIMORF № 2 (532) Tver' 2013. Inv. 55441/3.