УДК 519.658, 519.677

О применении динамически перестраиваемых диаграмм Вороного к контролю технологических правил

М.В. Шеблаев, Р.В. Ерохин, А.Н. Яхонтов

eASIC Corporation, sheblaev@gmail.com

***Аннотация* — В данной статье рассмотрено приложение алгоритма динамической модификации диаграммы Вороного для манхэттеновских многоугольников к задаче проверки технологических правил для субмикронных процессов.**

***Ключевые слова* — трассировка, диаграмма Вороного, WBC, алгоритм Клейна.**

I. Введение

Современные субмикронные технологические процессы предъявляют новые требования к контролю технологических норм и правил на этапе проектирования СБИС. Примером такого правила может служить требование соблюдения необходимого расстояния между элементами топологии СБИС, зависящего от взаимной протяженности и ширин этих объектов - так называемое правило width-legth based clearance (WBC).

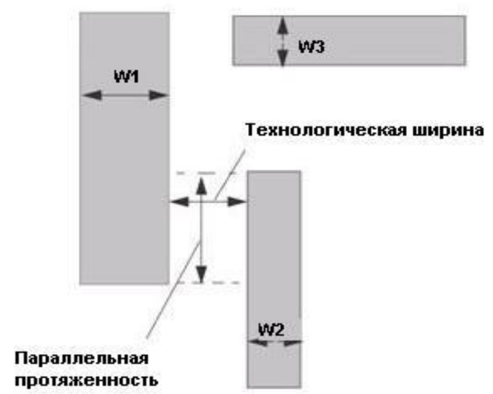

Рис. 1. Пример ограничений, порожденных правилом соблюдения необходимого расстояния между элементами топологии

Пример ограничений, порожденных таким правилом, продемонстрирован на рис. 1. Здесь на технологически допустимое расстояние между объектами влияют три параметра: совместная параллельная протяженность, ширина первого объекта на участке совместной протяженности и ширина второго объекта на этом же участке. Заметим, что шириной прямоугольника в данном случае считается меньшая из его проекций на оси, а длиной, соответственно, большая. Совместная параллельная протяженность считается по проекции осевых отрезков, соответствующих "длинной" стороне. На приведенном примере объекты с помеченными ширинами W1 и W3 имеют формально нулевую совместную параллельную протяженность, поэтому это правило не может быть применено для объектов, имеющих помеченные ширины W2 и W3.

Стандарт формата данных LEF/DEF 5.7, широко используемого в САПР СБИС, описывает задание данного правила следующим образом [1]:

```
[ SPACINGTABLE
 PARALLELRUNWIDTH {length} ...
          { WIDTH w {spacing} }
|TWOWIDTHS {WIDTH w PRL len {spacing} ... }... ;
];
```

На стадии проектирования трассировки широко используются САПР, позволяющие интерактивно изменять топологию локально. Для таких изменений очень полезно осуществлять контроль технологических норм в момент модификации проектной БД, динамически пересчитывая необходимые ограничения и позволяя инженеру не допускать нарушений технологических правил. В данной работе рассмотрен алгоритм контроля правила WBC, оптимизированный по производительности для применения в интерактивной трассировке.

Элементами топологии в шаблонной модели представления топологии являются манхэттеновские многоугольники - замкнутые многоугольники со сторонами, параллельными осям координат. Заметим, что очевидная декомпозиция таких многоугольников с помощью сканирующей прямой на прямоугольники для последующего анализа правила WBC, не применима в силу неоднозначности определения длин элементов такой декомпозиции.

II. Базовые понятия и определения

Для последующего изложения опишем некоторые базовые понятия, следуя идеям работ [2], [3] .

Далее под многоугольниками мы будем понимать связные манхэттеновские многоугольники (не обязательно односвязные).

Сайтом будем называть либо ребро многоугольника, либо вершину многоугольника

Бисектором двух сайтов будем называть множество точек, равноудаленных от этих сайтов в метрике L_∞ , где расстояние между произвольными точками a и b определяется как d(a, b) = max($|x_a$ - $x_b|$, $|$ $y_a - y_b$ $|$). Напомним, что в метрике L_∞ точки, равноудаленные от заданной, т.е. окружность, будут совпадать с квадратом со сторонами, параллельными осям координат. Для бисектора естественным образом определено расстояние d(B) как наименьшее расстояние до сайтов, определяющих данный бисектор. В метрике L_∞ бисекторами для сайтов манхэттеновских многоугольников могут быть отрезки, параллельные осям, отрезки, образующие угол в 45 градусов к осям координат, и точки.

Пусть на плоскости задана совокупность сайтов S. *Ячейкой Вороного* сайта s ∈ S называется множество точек плоскости, для которых этот сайт является ближайшим.

Диаграммой Вороного совокупности сайтов S называется множество всех граничных точек ячеек Вороного сайтов из S. Далее под диаграммой Вороного будем подразумевать ограниченную диаграмму Вороного, являющуюся частью диаграммы Вороного, ограниченной внутренностью многоугольника.

Ядром Вороного для многоугольника будем называть множество, состоящее из сайтов-отрезков диаграммы Вороного, параллельных осям координат.

Пусть p ∈ B - точка бисектора двух сайтов, тогда C(p) = { x | d(p,x) ≤ d(B)} - *d(B)-окрестность* точки p. Очевидно, что для бисектора-отрезка B из ядра Вороного совокупность d(B)-окрестностей всех его точек образует прямоугольник, называемый *прямоугольником ядра*.

Можно показать (см. [3]), что точки d(B)-окрестностей бисекторов, не параллельных осям координат, будут покрыты элементами ядра Вороного. Тем самым мы приходим к следующему факту:

Утверждение 1: Произвольный манхэттеновский многоугольник единственным образом разложим в объединение прямоугольников из его ядра.

Таким образом, при проверке выполнения правил WBC мы можем проверять их для соответствующих прямоугольников ядра. Это позволит нам корректно определять эффективные ширины и эффективные параллельные длины при сохранении точности и сокращении времени выполнения проверки.

При инкрементальной модификации топологии в процессе ручной разводки трассировки возникает следующая задача:

требуется разработать метод декомпозиции манхэттеновского многоугольника на прямоугольники ядра, позволяющий быстрое обновление декомпозиции при вставке и удалении новых сайтов.

III. Алгоритм интерактивного контроля технологических правил

При интерактивной трассировке операциями, меняющими топологию, являются операции добавления и удаления манхэттеновского прямоугольника к имеющемуся манхэттеновскому многоугольнику, являющемуся шаблонным представлением топологии цепи. Очевидно, что перестроение диаграммы Вороного на каждой операции добавления и удаления является наиболее затратной частью алгоритма.

К счастью, в работах [3], [4] предложены алгоритмы построения диаграммы Вороного, затрачивающие время O(n) на, соответственно, добавление и удаление объектов в диаграмму с n объектами и не требующие полного перестроения диаграммы Вороного.

A. *Инкрементальное построение диаграммы Вороного*

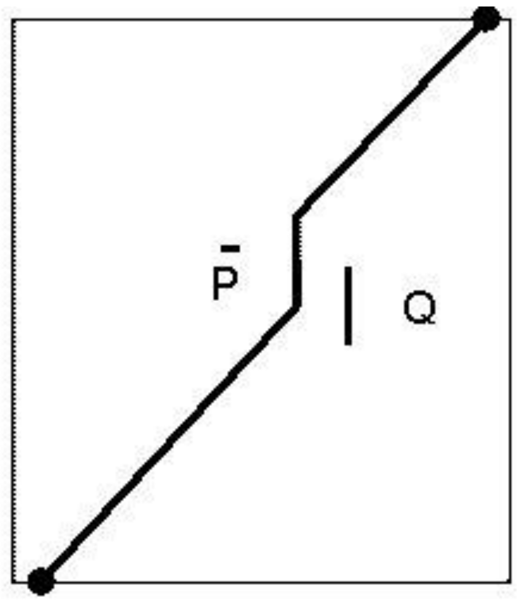

Рис. 2.

Инкрементальный алгоритм Клейна, изложенный в общем виде в работе [4], перестраивает диаграмму локально после добавления объектов в случайном порядке. Не вдаваясь в подробности, приведем его общую идею:

1. На начальном этапе имеется построенная диаграмма Вороного, в которую добавляется объект s. Такая диаграмма может быть построена для двух произвольных начальных объектов.
2. Используя базовую операцию **basic_op(p,q,r,t,s)**, описанную ниже, найдем множество T вырезаемых ребер Вороного.

3. Удалим из начальной диаграммы ребра из N, полностью поглощаемые изменяемой областью C.

4. Добавим ребра, ограничивающие модифицируемую область в порядке циклического обхода внешней грани T.

5. Обновим структуру данных, позволяющую получать информацию о множестве всех ребер диаграммы Вороного, пересекаемых заданным.

Определим *prqt-ребро* как бисектор двух сайтов диаграммы Вороного, разделяющий объекты p и q так, что при обходе окрестности ребра по часовой стрелке объекты p, r, q, t встречаются в данном порядке.

Алгоритм Клейна, описанный в общем виде в работе [4], требует для своей работы конкретизации базовой операции **basic_op(p,r,q,t,s)**, которая определяет тип пересечения prqt-ребра и ячейки Вороного объекта s $\notin$\{p,q,r,t\}

B. Базовая операция ***basic_op(p,q,r,t,s)***

Входные данные

Пятёрка объектов (p,r,q, t,s) таких, что диаграмма Вороного для (p,r,q,t,s) содержит prqt-ребро e и s $\notin$\{p,q,r,t\}.

Результат

Вид пересечения ячейки Вороного объекта s и prqt-ребра

1. пересечение пусто;

2. пересечение непустое и связное:

   a. ребро e целиком;

   b. отрезок e, инцидентный prq-вершине;

   c. отрезок e, инцидентный qtp-вершине;

   d. отрезок, не инцидентный ни одному из концов e;

3. пересечение непустое и состоит из двух связных компонент, инцидентных концам e.

В случае метрики L_∞ и манхэттеновских многоугольников эта операция выглядит следующим образом:

- Построим полный бисектор B(p, q) объектов p и q.

- Для каждого набора (t,p), (t,q), (r,p), (r,q) вычислим области доминирования D(x, y) = {u | d(u, x) < d(u,y)}.

- Для каждого набора (s,p), (s,q), (r,s), (s,t) вычислим области доминирования D(x, y) = {u | d(u, x) < d(u,y)}. При вычислениях для оптимизации пользуемся тем фактом, что отрезки полного бисектора и границ областей доминирования могут быть либо параллельны осям координат, либо составлять угол 45 градусов.

- Оставшаяся ломаная будет prqt-ребром, тип пересечения которого с областями доминирования наборов (s,p), (s,r), (s,q), (s,t) будет искомым результатом функции **basic_op(p,r,q,t,s).**

Алгоритма Клейна подробно изложен в оригинальной работе [4]. Сложность алгоритма добавления элемента в диаграмму Вороного составляет O(n) при реализации операции basic_op за время O(1) и отказе от использования "графа истории", вызванного необходимостью использования операции удаления элемента.

C. Удаление объекта из диаграммы Вороного

Ребром будем называть наибольшее по включению связное подмножество e точек диаграммы Вороного, такое, что любая точка x ∈ e лежит на границе ячеек ровно двух объектов. Определим соседние ячейки для заданной ячейки Вороного v как ячейки диаграммы Вороного, имеющие общее ребро с v.

Пусть s - объект, который мы хотим удалить из диаграммы Вороного.

1. Определим множество соседей для заданного объекта S.

2. Удалим из исходной диаграммы Вороного ребра ячейки Вороного для объекта s.

3. Построим диаграмму Вороного V' для соседей s.

4. Найдем пересечение диаграммы V' с удаленной на шаге 1 ячейкой .

5. Склеим основную диаграмму Вороного и диаграмму V', удаляя вершины степени 2.

Как видно, изменения в основной диаграмме Вороного носят локальный характер. В работе [5] показано, что сложность алгоритма удаления составляет O(log n) .

D. Контроль технологических правил с применением диаграмм Вороного

Как уже отмечалось выше, при интерактивном проектировании топологии цепи мы должны контролировать выполнение правила WBC.

Построим диаграмму Вороного в метрике L_∞ для шаблонной модели цепи и будем поддерживать ее в актуальном состоянии при помощи динамического алгоритма, описанного выше.

Согласно утверждению 1, переход от диаграммы Вороного к представлению цепи в виде осевых сегментов однозначен и обратим. Такими сегментами будут являться бисекторы ядра Вороного. Нагрузим каждый сегмент значением ширины соответствующего данному сегменту элемента шаблонной модели. Тогда для вычисления истинной длины манхэтенновского прямоугольника в декомпозиции шаблонной модели цепи достаточно вычислить сумму длины бисектора и ширины.

Пусть таблица зависимостей технологических расстояний от ширин проводников и параллельных длин задана следующим образом:

SPACINGTABLE

PARALLELRUNWIDTH {l_1}

{ WIDTH w_{11} {s_{11}} WIDTH w_{12} {s_{12}} }

PARALLELRUNWIDTH {l_2}

{ WIDTH w_{21} {s_{21}} WIDTH w_{12} {s_{22}} }

...

PARALLELRUNWIDTH {l_i}

{ WIDTH w_{i1} {s_{i1}}... WIDTH w_{ij} {s_{ij}} ... }

...;

Сопоставим каждому осевому сегменту ширины w_{ij} семейство функций $S_{w_{ij}(l_i)}$, задаваемых таблицей. Для каждого элемента этого семейства построим прямоугольник, имеющий w_{ij} осевым с шириной $\frac{d(w_{ij})}{2} + S_{w_{ij}(l_i)}$ Таким образом, для каждого сегмента мы имеем “контрольные зоны", в которых нужно проверять наличие сегментов с приписанной шириной не меньше v и имеющих проекцию на данный сегмент не короче l_i.

IV. Заключение

Подход, базирующийся на динамическом перестроении диаграмм Вороного, был реализован при разработке интерактивного модуля трассировки САПР СБИС и позволил существенно повысить производительность алгоритмов интерактивной трассировки, а также повысить качество интерактивной проверки технологических норм. Кроме того, алгоритм, использующий построенные диаграммы Вороного, применялся и для проверки соблюдения технологических правил на уже существующей топологии.

Литература

[1] LEF/DEF Language Reference version 5.7 / www.si2.org

[2] Papadopoulou E. Critical Area Computation for Missing Material Defects in VLSI Circuits // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. 2001. Vol. 20. № 5. P. 583–597.

[3] Малинаускас К.К. Динамическое построение абстрактных диаграмм Вороного // Фундаментальная и прикладная математика. 2007. Т. 13. № 2. С. 141–154.

[4] Klein R., Mehlhorn K., Meiser S. Randomized incremental construction of abstract Voronoi diagrams // Computational Geometry: Theory and Applications. 1993. Vol. 3. № 3. P. 157–184.

[5] Малинаускас К.К. Разработка математического и программного обеспечения систем топологического проектирования СБИС с использованием диаграмм Вороного. М.: МИЭТ, 2007. С. 117.